

Die Aufgaben der ersten Runde 1999

Aufgabe 1

Auf 100 Affen werden 1600 Kokosnüsse verteilt, wobei einige Affen auch leer ausgehen können.

Man beweise, dass es – ganz gleich, wie die Verteilung erfolgt – stets mindestens vier Affen mit derselben Anzahl von Kokosnüssen gibt.

Aufgabe 2

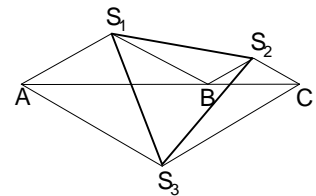
Zwei Zahlenfolgen a_1, a_2, a_3, \dots und b_1, b_2, b_3, \dots werden definiert durch $a_1 = b_1 = 1$ und $a_{n+1} = a_n + b_n$, $b_{n+1} = a_n \cdot b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Man beweise, dass die Glieder der ersten Folge paarweise teilerfremd sind.

Aufgabe 3

In der Ebene werden auf dem geraden Streckenzug ABC über AB , BC und CA als Grundseiten die positiv orientierten gleichschenkligen Dreiecke ABS_1 , BCS_2 und CAS_3 mit den Basiswinkeln 30° errichtet.

Man beweise: Das Dreieck $S_3S_2S_1$ ist gleichseitig.



Aufgabe 4

Es gibt konvexe Polyeder mit mehr Seitenflächen als Ecken. Was ist die kleinste Anzahl von dreieckigen Seitenflächen, die ein solches Polyeder haben kann? (Beweis!)