

Die Aufgaben für die 1. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik 2020

Aufgabe 1

Beweise: Es gibt unendlich viele Quadratzahlen der Form $50^m - 50^n$, aber keine Quadratzahl der Form $2020^m + 2020^n$; dabei sind m und n positive ganze Zahlen.

Aufgabe 2

Konstantin zieht auf einem $n \times n$ – Schachbrett ($n \geq 3$) mit einem Springer mit möglichst wenigen Zügen vom Feld in der unteren linken Ecke auf das Feld in der unteren rechten Ecke. Danach nimmt Isabelle diesen Springer und zieht von dem Feld in der unteren linken Ecke mit möglichst wenigen Zügen auf das Feld in der oberen rechten Ecke.

Für welche n benötigen beide dafür gleich viele Züge?

Hinweise: Der Springer darf nur wie im Schachspiel üblich gezogen werden. Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu begründen.

Aufgabe 3

Die Strecke AB sei der Durchmesser eines Kreises k und E ein Punkt im Innern von k . Die Gerade AE schneide k außer in A noch im Punkt C , die Gerade BE schneide k außer in B noch im Punkt D .

Beweise: Der Wert von $\overline{AC} \cdot \overline{AE} + \overline{BD} \cdot \overline{BE}$ ist unabhängig von der Lage von E .

Aufgabe 4

Die Folge (a_n) ist rekursiv definiert durch $a_1=0, a_2=2, a_3=3$ sowie $a_n = \max_{0 < d < n} a_d \cdot a_{n-d}$ für $n \geq 4$. Bestimme die Primfaktorzerlegung von $a_{19702020}$.

Hinweise: Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen. Der Ausdruck $\max_{0 < d < n} a_d \cdot a_{n-d}$ bezeichnet den größten Wert aller Zahlen $a_1 \cdot a_{n-1}, a_2 \cdot a_{n-2}, \dots, a_{n-1} \cdot a_1$.

Einsendeschluss: 2. März 2020

Adresscoupon 2020 (Bitte in Druckbuchstaben ausfüllen und oben links auf den Umschlag aufkleben)

| | | |
|---|--|--|
| ABSENDER | Name | Vorname |
| | Straße / Nr. | PLZ / Ort |
| | Derzeitige Klassenstufe (als Zahl) | Die eingereichte Arbeit umfasst _____ Seiten |
| | Bearbeitete Aufgaben | <input type="checkbox"/> Gruppenarbeit <input type="checkbox"/> Aufgabe 1 <input type="checkbox"/> Aufgabe 2 <input type="checkbox"/> Aufgabe 3 <input type="checkbox"/> Aufgabe 4 |
| ANSCHRIFT DER SCHULE | | |
| | Schulname | |
| | PLZ / Ort | Bundesland |
| ----- | | |
| TEILNEHMER | Name | Vorname |
| | Straße / Nr. | PLZ / Ort |
| | Telefon | Geburtsdatum |
| | E-Mail | |
| | Derzeitige Klassenstufe (als Zahl) | <input type="checkbox"/> Männlich <input type="checkbox"/> Weiblich |
| | Die eingereichte Arbeit umfasst _____ Seiten | Anzahl Gruppenmitglieder _____ |
| | Bearbeitete Aufgaben | <input type="checkbox"/> Aufgabe 1 <input type="checkbox"/> Aufgabe 2 <input type="checkbox"/> Aufgabe 3 <input type="checkbox"/> Aufgabe 4 |
| <p>Selbstständigkeitserklärung: Ich versichere, dass ich /die Gruppe alle beigefügten Lösungen selbstständig gefunden und ausgearbeitet habe/hat.</p> <p>Ich stimme den Teilnahmebedingungen (siehe Rückseite) zu.</p> | | |
| | Datum | Unterschrift |
| ANSCHRIFT DER SCHULE | | |
| | Schulname | |
| | Straße / Nr. | |
| | PLZ / Ort | Bundesland |

Bitte die Teilnahmebedingungen und die wichtigen Hinweise auf der Rückseite beachten!

Teilnahmebedingungen und Hinweise im Überblick

Generelles

- Die von der Korrekturkommission getroffene Preisentscheidung ist endgültig ("Schiedsrichterentscheidung"). Der Rechtsweg ist in allen drei Runden ausgeschlossen.
- Die eingereichten Arbeiten gehen in das Eigentum des Wettbewerbs über und werden nicht zurückgesendet. Es wird deshalb empfohlen, eine Kopie zu behalten. Diese kann bei Unklarheiten zusammen mit den Lösungsbeispielen mit der Fachlehrkraft durchgesehen werden. Einsendungen auf elektronischem Wege sind nicht möglich.
- Mit der Teilnahme wird der Erhebung, Speicherung und Verarbeitung der persönlichen Daten zur Durchführung des Wettbewerbs zugestimmt. Für die Speicherdauer kann jederzeit von allen in der Datenschutzgrundverordnung aufgeführten erweiterten Rechten von Betroffenen Gebrauch gemacht werden. Nach Abschluss der Arbeiten zum Wettbewerbslauf werden sämtliche erhobene Daten gelöscht.

Erste Runde

- **Teilnahmeberechtigung:** Beteiligen können sich Schüler/innen aller Klassenstufen an Schulen in Deutschland, die zur Hochschulreife führen. Für deutsche Auslandsschulen gelten Einschränkungen (s. Merkblatt auf der Webseite). Eingereichte Arbeiten müssen die Lösung zu mindestens einer der vier Aufgaben enthalten.
- **Gruppenarbeit:** In der 1. Runde sind Gruppenarbeiten zugelassen. Dabei dürfen sich maximal drei Teilnehmende zu einer Gruppe zusammenschließen und gemeinsam eine Arbeit einreichen. Wird eine Gruppenarbeit mit einem Preis ausgezeichnet, erlangt damit jedes Mitglied dieser Gruppe einzeln die Teilnahmeberechtigung für die 2. Runde. Ab der 2. Runde ist der Bundeswettbewerb Mathematik ein Einzelwettbewerb.
- **Selbstständigkeitsverpflichtung:** Die auf dem Teilnahmecoupon abgedruckte **Selbstständigkeitserklärung** muss von allen Teilnehmenden, bei Gruppen der Kontaktperson (s. u.), unterschrieben sein. Die Selbstständigkeitsverpflichtung bezieht sich dabei bereits auf die Phase der Lösungsfindung und nicht erst auf die endgültige Formulierung. Insbesondere sind Diskussionen von Lösungswegen im Internet nicht zulässig. Ein begründeter Verdacht auf Verstoß gegen die Selbstständigkeitsverpflichtung führt zum Ausschluss vom Wettbewerb.
- **Bewertung:** Wer mindestens drei der vier Aufgaben richtig gelöst hat, erhält einen Preis. Wer eine Aufgabe richtig gelöst hat, erhält dafür eine Anerkennungsurkunde.
- **Einsendeschluss: 2. März 2020** (Datum des Poststempels). Verspätet abgeschickte Arbeiten können nicht in das Korrekturverfahren einbezogen werden. Über das Ergebnis werden alle Teilnehmenden im Juni 2020 informiert.

Die weiteren Runden

- **2. Runde:** Alle Preisträger/innen der 1. Runde sind teilnahmeberechtigt. In der 2. Runde sind nur Einzelarbeiten zugelassen, die Lösungen zu mindestens drei der vier Aufgaben enthalten.
- **3. Runde:** Wer in der 2. Runde einen 1. Preis erhält, darf an der 3. Runde teilnehmen.

Hinweise zur Lösungsdarstellung

- Bei der Darstellung der Lösung müssen alle wesentlichen Zwischenschritte aufgeführt und begründet werden. Dabei kommt es entscheidend auf die logische Vollständigkeit an. Eine glatte Korrektur der Arbeit soll ohne Anfertigung zusätzlicher Skizzen und ohne Ergänzen von Umformungsschritten möglich sein. Benutzte Hilfsmittel (Literatur etc.) sind anzugeben. Umständliche und unnötig breite Ausführungen sowie Beweise und Überlegungen, die zur Lösung der gestellten Aufgabe nicht erforderlich sind, wirken sich negativ auf die Bewertung aus. Schwer lesbare Arbeiten können von der Bewertung ausgeschlossen werden, wir empfehlen daher eine maschinengeschriebene Fassung. Es sollte auch vermieden werden, mathematische oder logische Symbole unnötig zu häufen, wenn dadurch die Lesbarkeit der Arbeit wesentlich eingeschränkt wird.
- Die Verwendung eines Computers oder eines Taschenrechners ist als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechenkontrolle zulässig. Für den jeweiligen Nachweis müssen jedoch die wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.

Technische Hinweise

- Schreiben Sie Ihre Lösungen gut lesbar und ohne Verwendung der Farben Rot und Grün (diese sind für die Korrektur reserviert) auf Blätter des Formats DIN A4 und lassen Sie links einen ausreichend breiten Rand frei. Bitte nummerieren Sie alle Blätter durch und versehen sie oben rechts mit Ihrem Namen. Alle Blätter dürfen nur **einseitig** beschrieben werden. Senden Sie Ihre Arbeit in einem Briefumschlag des Formats DIN C4, auf dessen Rückseite oben links (Verschluss rechts) der vollständig ausgefüllte Adresscoupon aufgeklebt ist, an die unten angegebene Adresse. Den Teilnahmecoupon legen Sie bitte ausgefüllt in den Umschlag. **Gruppen** geben auf dem Adresscoupon ein Gruppenmitglied als Kontaktperson an und fügen für jedes Gruppenmitglied einen eigenen Teilnahmecoupon bei. Wer wissen möchte, ob seine Einsendung angekommen ist, kann eine frankierte und an sich selbst adressierte Postkarte beilegen.

Senden Sie Ihre Bearbeitungen unter Berücksichtigung der o. g. Hinweise bitte ausreichend frankiert an:

Bundeswettbewerb Mathematik

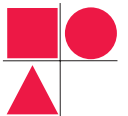
Bildung & Begabung gemeinnützige GmbH

Kortrijker Straße 1 • 53177 Bonn

Telefon: (0228) 959 15-20

info@bundeswettbewerb-mathematik.de

www.bundeswettbewerb-mathematik.de



Übungsmaterial

Aufgaben und Lösungen aus früheren Wettbewerbsläufen stehen auf der Webseite des Bundeswettbewerbs Mathematik zum Herunterladen bereit.

Der Bundeswettbewerb Mathematik ist ein Projekt von Bildung & Begabung, dem Talentförderzentrum des Bundes und der Länder. Förderer sind das Bundesministerium für Bildung und Forschung, der Stifterverband und die Kultusministerkonferenz.

Partner des Wettbewerbs 2020:

 LEPPER Stiftung

GESAMT METALL
Die Arbeitgeberverbände der Metall- und Elektro-Industrie

think INO.
Die Initiative für Ingenieurwissen

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!