

Die neuen MO-Tage sind MO-ntag und MO-nnerstag.

Liebe Schülerinnen und Schüler,

die aktuelle Corona-Krise beschäftigt auch uns Mathe-Fans. Damit ihr während dieser schweren Zeit nicht auf mathematische Herausforderungen verzichten müsst, haben wir, der Verein Mathematik-Olympiaden e.V. und das Talentförderzentrum Bildung & Begabung, die MO-Tage ins Leben gerufen.

Ab sofort veröffentlichen wir zweimal pro Woche ein Aufgabenblatt mit kniffligen Aufgaben aus den Mathematik-Olympiaden der vergangenen Jahre – jeden MO-ntag und MO-nnerstag. Pro Klassenstufe gibt es eine Aufgabe, sodass jede und jeder die eigene Schwierigkeitsstufe für sich selbst wählen kann. Zusätzlich zu dem Aufgabenblatt veröffentlichen wir außerdem ein Lösungsblatt zum letzten Aufgabenblatt.

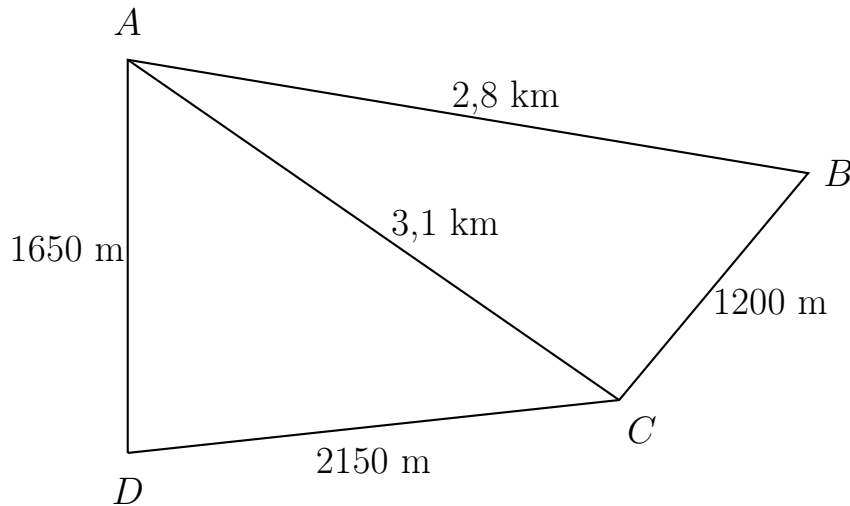
Viel Spaß!

Serie 16 – Aufgaben

Die Lösungen werden am 21.05.2020 veröffentlicht.

Klassenstufe 3

Die Angaben in der Wegeskizze bedeuten die Entfernungen zwischen den Punkten A , B , C und D .



- Gib die Entfernung von A nach C in Metern an.
- Wie weit ist es von B über A nach D in Kilometern?
- Rechne die Strecke aus Aufgabe b) in Meter um.
- Was ist der kürzeste Weg von D nach B ?
Notiere deinen Lösungsweg.

Klassenstufe 4

In dem Quadratgitter stehen gleiche Symbole für gleiche Zahlen, verschiedene Symbole für verschiedene Zahlen. Die Zahlen unten und rechts sind die Spalten- und Zeilensummen.

- Welches Symbol bedeutet welche Zahl?
- Bestimme die Summe der letzten Spalte.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Zum Probieren

*	⊕	⊕	*	10
◆	◆	*	⊕	15
*	⊕	◆	*	13
*	⊕	*	◆	
	11	?		

				10
				15
				13
	11	?		

Klassenstufe 5

- a) Beim Tag der offenen Tür eines Gymnasiums gibt es für interessierte Schülerinnen und Schüler drei Stationen: ein Wissensquiz, eine Knobelecke und einen Bastelstand.

Um 9 Uhr befinden sich an jeder Station 8 Schüler. Bis 9:30 Uhr sind vier Schüler vom Wissensquiz zur Knobelecke, drei Schüler von der Knobelecke zum Bastelstand, zwei Schüler vom Bastelstand zum Wissensquiz und drei Schüler vom Wissensquiz zum Bastelstand gewechselt.

Ermittle, wie viele dieser 24 Schüler sich um 9:30 Uhr an welcher Station befinden.

- b) In einem Zoogehege turnen einige Affen auf Seilen, andere sitzen auf Bäumen und die restlichen sind an der Futterstelle. Nun springt ein Affe vom Seil auf einen Baum, drei Tiere klettern von den Bäumen hinunter zur Futterstelle, ein Affe geht mit einem Apfel von der Futterstelle weg und will ihn genüsslich auf einem Seil sitzend verspeisen. Fünf andere rennen von der Futterstelle zu den Bäumen. Wenn jetzt noch zwei Affen von den Bäumen zu den Seilen springen würden, wären an allen drei Plätzen gleich viele Tiere.

Wie viele Affen waren zu Beginn auf den Seilen, auf den Bäumen und an der Futterstelle, wenn insgesamt mehr als 30, aber weniger als 35 Tiere im Gehege sind?

Klassenstufe 6

In der Abbildung 1 ist ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 18 cm abgebildet. Dieses Quadrat ist gleichmäßig in viele weitere Quadrate unterteilt.

- Wie viele Quadrate kannst du in der Abbildung 1 finden? Beachte, dass sich Quadrate auch aus mehreren kleineren zusammensetzen können.
- Wie groß sind der Flächeninhalt und der Umfang des grau markierten Quadrats?

In der Abbildung 2 ist ein gleichschenkliges Dreieck als Teil eines Rechtecks abgebildet. Das Rechteck hat die Seitenlängen 12 cm und 8 cm. Das Dreieck ist gleichmäßig in viele weitere gleichschenklige Dreiecke unterteilt.

- Wie viele gleichschenklige Dreiecke kannst du in der Abbildung 2 finden?
- Wie groß ist der Flächeninhalt des grau markierten Dreiecks?

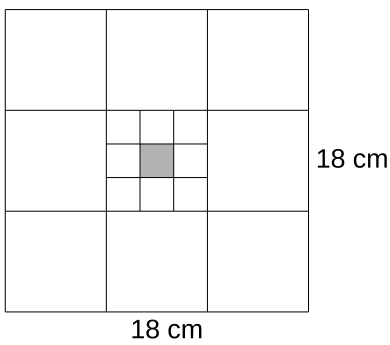


Abbildung 1

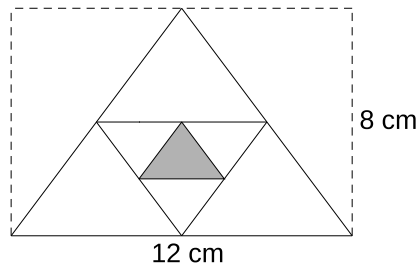


Abbildung 2

Klassenstufe 7

Gegeben sind ein Dreieck ABC und Punkte D , E , F und G mit folgenden Eigenschaften:

- Die Punkte D und E liegen auf der Strecke \overline{AB} und die Punkte F und G liegen auf der Strecke \overline{BC} , siehe die Abbildung 1.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

- (2) Die Strecken \overline{AG} und \overline{BG} sind 12 cm lang.
- (3) Der Winkel CGA ist ein rechter Winkel.
- (4) Die Dreiecke AGC , ADG , DFG , DEF und BFE haben denselben Flächeninhalt.

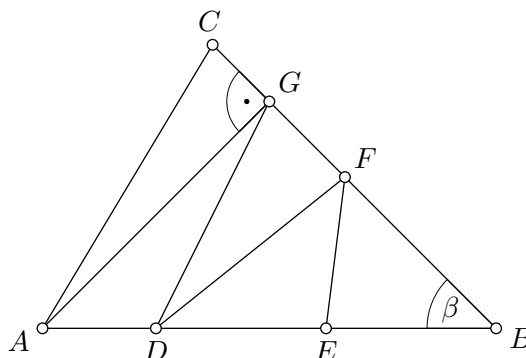


Abbildung 1

- a) Berechne die Größe β des Winkels CBA .
- b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .
- c) Welche Länge besitzt die Strecke \overline{CG} ?
- d) Begründe: Die Strecken \overline{DE} und \overline{BE} sind gleich lang.

Klassenstufe 8

Fritz besitzt mehrere zweifarbige Kugeln, und zwar rot-blaue, rot-grüne, rot-weiße, blau-grüne, blau-weiße und grün-weiße. Er verrät uns:

- (1) Die Kugeln liegen in einer Kiste.
 - (2) Die Anzahl der blau-grünen Kugeln ist durch 2 teilbar.
 - (3) Genau ein Drittel der Kugeln ist zu einem Teil blau.
 - (4) Genau ein Viertel der Kugeln ist blau-weiß.
 - (5) Genau ein Fünftel der Kugeln ist rot-grün.
 - (6) Es gibt sechsmal so viele rot-grüne Kugeln wie rot-blaue Kugeln.
 - (7) Die Anzahl der Kugeln ist kleiner als das Siebenfache von 20.
- a) Zeige, dass die Anzahl der Kugeln durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, und gib diese Anzahl an.
 - b) Ermittle den prozentualen Anteil der Kugeln, die blau-grün sind, an der Gesamtzahl der Kugeln.
 - c) Ermittle den prozentualen Anteil der Anzahl der blau-grünen Kugeln an der Anzahl der Kugeln, die zu einem Teil blau sind.

Klassenstufe 9

Es sei ABC ein Dreieck mit $|AC| < |BC|$. Die Winkelhalbierende des Innenwinkels bei C schneide die Seite \overline{AB} in einem Punkt P , die Außenwinkelhalbierende desselben Winkels schneide die Gerade AB in einem Punkt Q . Die Punkte X und Y seien die Fußpunkte der Lote von P auf die Geraden AC bzw. BC .

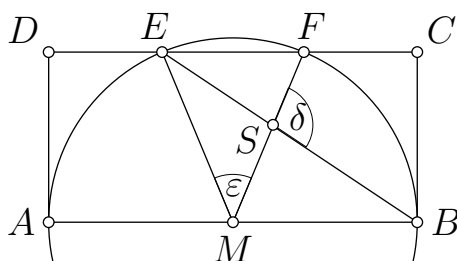
- Beweisen Sie, dass das Dreieck PCQ rechtwinklig ist, und dass $|PX| = |PY|$ gilt.
- Beweisen Sie, dass das Verhältnis der Längen der Strecken \overline{AP} und \overline{BP} mit dem Verhältnis der Flächeninhalte der Dreiecke APC und BPC übereinstimmt.
- Beweisen Sie, dass $|AP| : |PB| = |AC| : |CB|$ gilt.
- Beweisen Sie, dass $|AQ| : |QB| = |AC| : |CB|$ gilt.

Hinweis: In jeder der vier Teilaufgaben ist die Ausführung eines Beweises verlangt. Das bloße Zitieren eines bekannten Satzes genügt hier nicht.

Klassenstufe 10

Die Seite \overline{AB} eines Rechtecks $ABCD$ ist gleichzeitig Durchmesser eines Kreises k mit dem Mittelpunkt M . Der Kreis k schneidet die Seite \overline{CD} in den Punkten E und F (E liege dabei zwischen D und F).

- Die Strecken \overline{MF} und \overline{BE} schneiden sich in S . Drücken Sie die Winkelgröße $\delta = |\sphericalangle BSF|$ allgemein und vollständig durch die Winkelgröße $\varepsilon = |\sphericalangle FME|$ aus.
- Beweisen Sie: Wenn für das Seitenverhältnis $|AB| : |AD| = 3 : \sqrt{2}$ gilt, dann teilen E und F die Strecke \overline{CD} in drei gleiche Teile.



Klassenstufen 11–13

Man beweise, dass keine der Zahlen $1, 1001, 1001001, 1001001001, 1001001001001, \dots$ eine Primzahl ist.