

Die neuen MO-Tage sind MO-ntag und MO-nnerstag.

Liebe Schülerinnen und Schüler,

die aktuelle Corona-Krise beschäftigt auch uns Mathe-Fans. Damit ihr während dieser schweren Zeit nicht auf mathematische Herausforderungen verzichten müsst, haben wir, der Verein Mathematik-Olympiaden e.V. und das Talentförderzentrum Bildung & Begabung, die MO-Tage ins Leben gerufen.

Ab sofort veröffentlichen wir zweimal pro Woche ein Aufgabenblatt mit kniffligen Aufgaben aus den Mathematik-Olympiaden der vergangenen Jahre – jeden MO-ntag und MO-nnerstag. Pro Klassenstufe gibt es eine Aufgabe, sodass jede und jeder die eigene Schwierigkeitsstufe für sich selbst wählen kann. Zusätzlich zu dem Aufgabenblatt veröffentlichen wir außerdem ein Lösungsblatt zum letzten Aufgabenblatt.

Viel Spaß!

Serie 2 – Aufgaben

Die Lösungen werden am 02.04.2020 veröffentlicht.

Klassenstufe 3

Auf der rechten Seite siehst du ein magisches Quadrat. Die Summe der Zahlen in den Zeilen, Spalten und Diagonalen ist immer gleich (magische Summe).

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Hier ist die magische Summe 15.

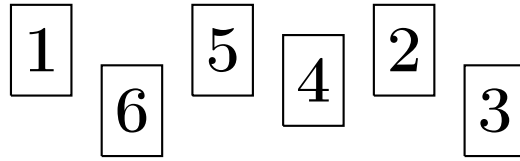
- a) Trage in die 9 Felder des Quadrates unten die Zahlen 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 so ein, dass sich ein Quadrat mit der magischen Summe 75 ergibt.

- b) Trage in die 9 Felder des Quadrats unten die Zahlen 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 so ein, dass sich ein magisches Quadrat ergibt.

Wie lautet die magische Summe?

Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

Klassenstufe 4



Du hast die Ziffernkarten von 1 bis 6.

- a) Bilde zwei dreistellige Zahlen, ohne eine Ziffer doppelt zu benutzen.
Berechne deren Differenz.
- b) Bilde aus den Karten zwei dreistellige Zahlen mit der Differenz 111.
Finde zwei Beispiele.
- c) Finde zwei Lösungen, bei denen das Ergebnis zwischen 0 und 50 liegt.

Klassenstufe 5

Mara, Leon, Elisabeth und Konrad sitzen im Café, in dem vier Sorten von Getränken und vier Sorten Gebäck angeboten werden, unter anderem auch Cola, heiße Schokolade und Pfannkuchen. Jedes Kind bestellt sich genau ein Getränk und ein Gebäck. Keine zwei dieser Kinder bestellen sich dasselbe Getränk oder dasselbe Gebäck.

Es ist Folgendes bekannt:

- (1) Mara mag keine Cola.
- (2) Das Wasser hat sich Elisabeth bestellt.
- (3) Zum Streuselkuchen wurde Apfelsaft bestellt.
- (4) Leon trinkt nichts Kaltes und freut sich auf seinen Windbeutel.
- (5) Das Wasser und die Nusstorte wurden nicht zusammen bestellt.

Wem muss die Kellnerin welches Getränk und welchen Kuchen hinstellen?

Klassenstufe 6

Jens hilft seinem Vater beim Bauen.

- a) Es sind Bretter ins Haus zu tragen. Jens trägt immer drei Bretter auf einmal. Hätte er vier Bretter auf einmal getragen, hätte er zwölf Mal weniger laufen müssen. Wie viele Bretter hat Jens ins Haus getragen?
Führe eine Probe durch!
- b) Beim Mittagessen erzählt Jens seiner Mutter: „Ich wollte alle Gehwegplatten gleichmäßig aufstapeln. Als ich jeweils 4 Platten übereinandergelegt habe, blieb eine Platte übrig. Als ich jeweils 6 Platten übereinandergelegt habe, blieb auch eine übrig. Wenn ich jeweils 8 Platten übereinandergelegt hätte, wäre auch wieder eine Platte übrig gewesen.“
Die Mutter fragt, wie viele Platten aufzustapeln waren. Jens antwortet: „Mal sehen, ob du das selbst herausbekommst. Es sind übrigens mehr als 50, aber weniger als 100 Platten.“
Welche Anzahlen für die Gehwegplatten sind möglich?
- c) Der Mörtel wird aus Mörtelpulver und Wasser zusammengemischt. Das Mischungsverhältnis von Pulver zu Wasser beträgt hinsichtlich des Gewichts 2:3.
Es sollen 25 kg Mörtel hergestellt werden. Wie viel Mörtelpulver und wie viel Wasser werden benötigt?

Klassenstufe 7

Franz hat in seinem Garten eine kleine Wanne, einen Eimer und eine kleine Gießkanne. Durch Versuche hat er festgestellt:

- (1) Mit dem Inhalt von 14 Eimern könnte er genau fünf solcher Wannen füllen, ohne dass Wasser übrig bleibt.
- (2) Mit dem Inhalt von 21 Gießkannen könnte er genau vier solcher Wannen füllen, ohne dass Wasser übrig bleibt.
- (3) Wenn er mit einem vollen Eimer Wasser die Gießkanne füllt, bleiben genau 3,5 Liter Wasser im Eimer.

Berechne das Fassungsvermögen dieser drei Gefäße.

Klassenstufe 8

Es sei ABC ein stumpfwinkliges Dreieck und A sei der Scheitel des stumpfen Winkels. Der Punkt E sei derjenige Punkt auf der Geraden AC , für den die Geraden AC und BE senkrecht aufeinander stehen. Der Punkt F sei derjenige Punkt auf der Geraden AB , für den die Geraden AB und CF senkrecht aufeinander stehen. Schließlich sei S der Schnittpunkt der Geraden BE und CF .

Beweise: Unter diesen Voraussetzungen ist die Größe des Winkels $\sphericalangle BSC$ gleich der Summe der Größen der beiden spitzen Innenwinkel des Dreiecks ABC .

Klassenstufe 9

Eine Anzeigetafel ist mit roten, grünen und blauen Leuchtdioden bestückt. Das Übertragungskabel vom Steuerpult zur Tafel liefert in drei getrennten Leitungen für jede der drei Farben die Signale „0“ (Licht aus) bzw. „1“ (Licht ein). Die Kombination (R, G, B) dieser Farbanteile liefert 8 Anzeigefarben:

$(0, 0, 0)$ = schwarz	$(0, 0, 1)$ = blau	$(0, 1, 0)$ =grün	$(0, 1, 1)$ =cyan
$(1, 0, 0)$ = rot	$(1, 0, 1)$ = magenta	$(1, 1, 0)$ =gelb	$(1, 1, 1)$ =weiß

Bei der Herstellung der Übertragungskabel können folgende zwei Fehler auftreten:

Fehler 1: Im Kabel werden genau zwei der drei Farbleitungen vertauscht. (Z. B. kommt ein gesendetes Grün-Signal am Blau-Anschluss der Tafel an und umgekehrt.)

Fehler 2: Genau zwei der drei Leitungen sind schlecht isoliert und berühren sich. (Eine Leitung im Zustand „1“ setzt auch die Nachbarleitung auf „1“, selbst wenn diese eigentlich das Signal „0“ übertragen soll).

Wenn in einem Leitungspaar der Fehler 1 auftritt, dann tritt Fehler 2 höchstens zwischen genau einer dieser beiden Leitungen und der dritten Leitung auf.

Ein Qualitätstest besteht darin, die Signalkombination einer der 8 möglichen Farben an die Tafel zu senden und mit der Signalkombination der tatsächlich ankommenden Farbe zu vergleichen. Mit mehreren solcher Tests will man ermitteln, ob ein Fehler im Kabel ist und um welche(n) Fehler zwischen welchen Leitungen es sich handelt.

Zum Test eines Kabels sendet man zunächst die Signalkombination $(1, 0, 0)$.

Ihre Aufgabe: Weisen Sie nach, dass in jedem Fall ein weiterer Test ausreicht, um alle Fehler und die betroffenen Leitungen zu ermitteln.

Klassenstufe 10

Velo Flitzped macht eine Radtour. Zum Aufwärmen fährt er auf ebener Straße mit 20 km/h, dann mit 15 km/h bergauf, bis ihm die Puste ausgeht. Danach fährt er dieselbe Strecke zurück, bergab sehr vorsichtig mit 30 km/h und in der Ebene zunächst wieder mit 20 km/h. In den letzten 12 Minuten dreht er aber noch einmal auf und kommt in ihnen auf einen Schnitt von 30 km/h.

Insgesamt ist er 5 Stunden unterwegs.

Ermitteln Sie die Gesamtlänge der beschriebenen Radtour.

Klassenstufen 11–13

Zwei konzentrische Kreise k und k_0 liegen so zueinander, dass es genau sechs zum Kreis k_0 kongruente Kreise gibt, die den Kreis k_0 von außen, den Kreis k von innen und je zwei der sechs Kreise berühren. Man berechne die Größe des Inhalts des schraffierten Flächenstückes in Abhängigkeit vom Radius r des Kreises k_0 .

