

Die neuen MO-Tage sind MO-ntag und MO-nnerstag.

Liebe Schülerinnen und Schüler,

die aktuelle Corona-Krise beschäftigt auch uns Mathe-Fans. Damit ihr während dieser schweren Zeit nicht auf mathematische Herausforderungen verzichten müsst, haben wir, der Verein Mathematik-Olympiaden e.V. und das Talentförderzentrum Bildung & Begabung, die MO-Tage ins Leben gerufen.

Ab sofort veröffentlichen wir zweimal pro Woche ein Aufgabenblatt mit kniffligen Aufgaben aus den Mathematik-Olympiaden der vergangenen Jahre – jeden MO-ntag und MO-nnerstag. Pro Klassenstufe gibt es eine Aufgabe, sodass jede und jeder die eigene Schwierigkeitsstufe für sich selbst wählen kann. Zusätzlich zu dem Aufgabenblatt veröffentlichen wir außerdem ein Lösungsblatt zum letzten Aufgabenblatt.

Viel Spaß!

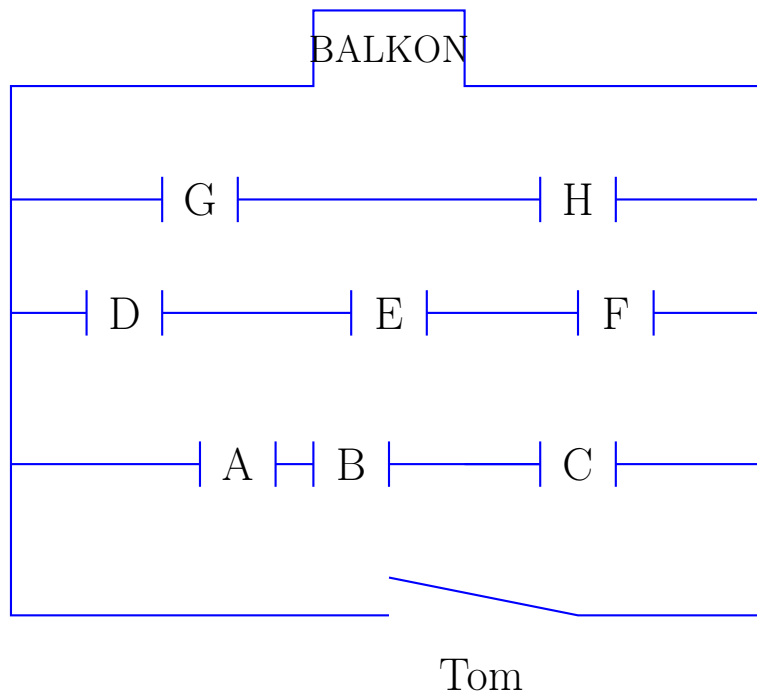
Serie 7 – Aufgaben

Die Lösungen werden am 20.04.2020 veröffentlicht.

Klassenstufe 3

Tom steht an der Wohnungstür. Er möchte auf den Balkon gehen.

- Zuerst möchte Tom auf seinem Weg keine Tür zweimal benutzen und auch durch keinen Raum zweimal gehen. Schreibe alle möglichen Wege auf, indem du die Buchstaben der Türen angibst.
- Jetzt möchte er durch jede Tür **genau einmal** gehen. Dabei darf er Räume mehrfach betreten. Erreicht er so den Balkon? Begründe deine Entscheidung.



Klassenstufe 4

Peter erzählt seinem Freund: „Meine Tante ist 1000 Wochen alt. Mein Bruder ist 1000 Tage und meine Schwester ist erst 1000 Stunden alt.“

- Wie alt wird die Tante bei ihrem nächsten Geburtstag?
- Welchen Geburtstag feiert Peters Bruder als nächstes?
- Wie viele ganze Wochen sind seit der Geburt der Schwester vergangen?

Schreibe deinen Lösungsweg auf!

Klassenstufe 5

Weil dieses Jahr die 52. Mathematik-Olympiade stattfindet, hat sich Tim folgende Aufgabe gestellt:

„Ich möchte auf Kästchenpapier 52 Kästchen so anordnen, dass sie in ein 8×8 -Quadrat passen. Ein 8×8 -Quadrat hat natürlich 64 Kästchen.“

- a) Die Figur aus den 52 Kästchen in dem 8×8 -Quadrat soll symmetrisch mit genau zwei verschiedenen Spiegelachsen sein. Zeichne ein Beispiel und kennzeichne die Spiegelachsen.
- b) Die Figur aus den 52 Kästchen in dem 8×8 -Quadrat soll symmetrisch mit genau vier verschiedenen Spiegelachsen sein. Zeichne **zwei** Beispiele und kennzeichne jeweils die Spiegelachsen.
- c) Tim macht sich die Aufgabe ein wenig schwerer: Er fasst jetzt die 52 Kästchen zu dreizehn 2×2 -Quadraten zusammen und ordnet diese im 8×8 -Quadrat an. Die entstehende Figur soll wiederum symmetrisch sein.
Gib eine solche Figur mit einer gekennzeichneten Spiegelachse an.

Klassenstufe 6

Stephanie malt ein Quadrat mit 4×4 Feldern auf. In die Felder dieses Quadrats trägt sie Zahlen von 1 bis 4 ein, und zwar so, dass in jeder Zeile, in jeder Spalte und in den beiden Diagonalen diese Zahlen jeweils genau einmal stehen.

- a) Gib ein Beispiel für eine solche Verteilung dieser Zahlen an.
- b) Stephanie gelingt es auch, ein 5×5 -Quadrat nach den gleichen Regeln mit den Zahlen von 1 bis 5 zu füllen.
Gib ebenfalls eine solche Verteilung dieser Zahlen an.
- c) Warum kann es Stephanie nicht gelingen, entsprechend ein 3×3 -Quadrat mit Zahlen von 1 bis 3 zu füllen?

Klassenstufe 7

Im rechtwinkligen Dreieck wird die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, Hypotenuse genannt. Jede der beiden anderen Seiten heißt Kathete.

- a) Zeichne ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei A und den Katheten \overline{AB} und \overline{AC} mit einer von dir geeignet festgelegten Länge. Wähle auf der Hypotenuse zwischen den Punkten B und C einen Punkt P und zeichne durch P die Parallelen zu den Katheten. Die eine Parallele schneidet die Kathete \overline{AB} im Punkt R , die andere Parallele schneidet die Kathete \overline{AC} im Punkt S .
- b) Das in der Teilaufgabe a) gebildete Viereck $ARPS$ ist ein Rechteck. Miss die Länge des Umfangs des Rechtecks $ARPS$ und vergleiche sie mit der Länge einer Kathete des Dreiecks ABC . Stelle eine Vermutung bezüglich der beiden Längen auf und beweise deine Vermutung.

Klassenstufe 8

Lehrer Pfiffig gibt den Freunden Anton, Bernd, Claus, Daniel und Eugen jeweils mindestens eine Münze und teilt ihnen mit: Anton hat weniger Münzen als Bernd bekommen, Bernd weniger Münzen als Claus, Claus weniger Münzen als Daniel und Daniel hat weniger Münzen als Eugen bekommen. Schließlich nennt Lehrer Pfiffig den Freunden die Gesamtanzahl n der Münzen.

Ermittle die kleinste Zahl n , zu der es eine Verteilung gibt, bei der keiner der Freunde aus diesen Angaben eindeutig herausfinden kann, wie viele Münzen die einzelnen Freunde erhalten haben.

Klassenstufe 9

In der Gleichung

$$***** - ***** = 2017$$

ist jeder Stern so durch eine der Ziffern $0, 1, 2, \dots, 9$ zu ersetzen, dass die Gleichung stimmt. Keine zwei Sterne dürfen durch die gleiche Ziffer ersetzt werden. Die Ziffer Null darf nicht an erster Stelle einer Zahl stehen.

- a) Bestimmen Sie alle Möglichkeiten, dies zu tun. Weisen Sie nach, dass es keine weiteren Möglichkeiten gibt.
- b) Beweisen Sie, dass es keine Lösung gibt, wenn man 2017 durch 2016 ersetzt.

Klassenstufe 10

Es gibt positive ganze Zahlen n , also $n > 0$, für die sowohl n als auch deren Quersumme $Q(n)$ durch 57 teilbar ist. Solche Zahlen n werden in dieser Aufgabe betrachtet.

- a) Geben Sie zwei Beispiele für solche Zahlen n an und weisen Sie nach, dass diese Zahlen die gestellten Bedingungen erfüllen.
- b) Ermitteln Sie die kleinste Zahl n mit dieser Eigenschaft und weisen Sie nach, dass sie die gestellten Bedingungen erfüllt.

Klassenstufen 11–13

Man bestimme den kleinstmöglichen Wert des Produktes $p = a \cdot b \cdot c \cdot d$, wenn die ganzen Zahlen a, b, c, d den folgenden Bedingungen (1)–(4) genügen:

- (1) $a > 10$,
- (2) $6a = b + c$,
- (3) $8a = c + d - 2$,
- (4) $10a = b + c + d - 3$.