

Aufgabenblatt 2. Runde 2025

Wichtiger Hinweis

Die Aufgaben der 2. Runde werden bereits vor dem Einsendeschluss, dem **1. September 2025**, auf unserer Webseite veröffentlicht. Dies bedeutet aber nicht, dass sie schon vor diesem Zeitpunkt frei verwendet werden dürfen, da für die Teilnahmeberechtigten an der 2. Runde die strikte Verpflichtung zu selbstständiger Bearbeitung der Aufgaben besteht. Ebenso sind Diskussionen über die aktuellen Aufgaben und mögliche Lösungsideen, insbesondere auch in Internetforen, nicht zulässig. Sollten Sie auf derartige Beiträge in einem Forum o.ä. stoßen, sind wir für einen entsprechenden Hinweis an den Betreiber dieses Forums und auch an uns sehr dankbar. Für Ihre Unterstützung bedanken wir uns schon jetzt, denn sie hilft uns dabei, möglichst gleiche Teilnahmebedingungen für alle Teilnahmeberechtigten sicherzustellen.

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung

BILDUNG & BEGABUNG GEMEINNÜTZIGE GMBH

Kortrijker Straße 1, 53177 Bonn | Postfach 20 02 01, 53132 Bonn | Tel.: +49 228 9 59 15-0 | Fax: +49 228 9 59 15-19
info@bildung-und-begabung.de | www.bildung-und-begabung.de | Bankverbindung: Sparkasse KölnBonn
IBAN: DE27 3705 0198 0029 0022 50 | BIC: COLSDE33XXX | Registergericht: Amtsgericht Essen HRB 22445
St.-Nr.: 206 / 5887 / 1089 | USt.-IDNr.: DE217481695 | Geschäftsführung: Prof. Dr. Elke Völmicke, Bettina Jorzik

Bildung & Begabung, die zentrale Anlaufstelle für Talentförderung in Deutschland, ist eine Tochter des Stifterverbandes.
Förderer sind das Bundesministerium für Bildung und Forschung und die Kultusministerkonferenz. Schirmherr ist der Bundespräsident.



STIFTERVERBAND



KULTUSMINISTER
KONFERENZ

Die Aufgaben der 2. Runde 2025

Aufgabe 1

Die aktuelle Jahreszahl 2025 hat folgende besondere Eigenschaft: Ihre Dezimaldarstellung entsteht, indem man die beiden Zahlen 20 und 25 hintereinanderschreibt, und 2025 ist gleichzeitig das Quadrat der Summe dieser beiden Zahlen, d.h. $2025 = (20 + 25)^2$.

Eine positive ganze Zahl q nennen wir k -kurios ($k \geq 1$), wenn sie eine $2k$ -stellige Dezimaldarstellung mit folgender Eigenschaft besitzt: Die ersten k Ziffern bzw. die letzten k Ziffern bilden jeweils eine Dezimaldarstellung einer Zahl x bzw. y und es gilt: $q = (x + y)^2$.

- Zeige: Wenn es für ein k mindestens eine durch 5 teilbare k -kuriose Zahl gibt, dann gibt es auch mindestens eine durch 2025 teilbare k -kuriose Zahl.
- Gibt es unendlich viele k , für die es mindestens eine durch 2025 teilbare k -kuriose Zahl gibt?

Anmerkungen: Im Rahmen dieser Aufgabe können Dezimaldarstellungen von Zahlen führende Nullen enthalten.
Die Richtigkeit der Antwort ist zu beweisen.

Aufgabe 2

Bestimme alle reellen Zahlen t mit $0 < t < 1$, für die folgende Aussage wahr ist:

Wenn in einem spitzwinkligen Dreieck den Seiten mit den Längen a , b und c wie üblich die Winkel mit den Größen α , β bzw. γ gegenüberliegen und $\frac{a}{b+c} = t$ gilt, dann ist $\alpha \leq \beta$ und $\alpha \leq \gamma$.

Anmerkung: Die Richtigkeit der Antwort ist zu beweisen.

Aufgabe 3

Zwei Kreise k_1 mit Mittelpunkt M_1 und k_2 mit Mittelpunkt M_2 schneiden sich so, dass ihre beiden Schnittpunkte und die beiden Mittelpunkte vier Ecken eines Quadrates sind. Ein Punkt P liegt auf k_1 , und zwei weitere verschiedene Punkte Q und R liegen auf k_2 so, dass die Strecken PQ und PR gleiche Länge wie die Strecke M_1M_2 haben und P und R auf der gleichen Seite der Geraden M_1M_2 liegen. Die Mittelpunkte der Strecken PQ und PR seien mit S bzw. T bezeichnet.

Zeige: Die Dreiecke PSM_1 und PTM_2 sind ähnlich.

Aufgabe 4

Eine ganze Zahl $d > 1$ heiße *steinig*, wenn man d Steine auf die Felder eines $d \times d$ -Schachbretts so legen kann, dass sich auf keinem Feld mehr als ein Stein befindet und auf dem Feld in Zeile x und Spalte y genau dann ein Stein liegt, wenn die ganze Zahl $x^3 - y^2$ durch d teilbar ist ($1 \leq x, y \leq d$).

Bestimme die kleinste und die grte Anzahl an steinigen Zahlen, die unter zehn aufeinanderfolgenden positiven ganzen Zahlen vorkommen können.

Anmerkung: Die Richtigkeit der Antwort ist zu beweisen.

Bitte die Teilnahmebedingungen und wichtigen Hinweise auf der Rückseite beachten!

Teilnahmebedingungen und Hinweise im Überblick

Generelles

■ Die von der Korrekturkommission getroffene Preisentscheidung ist endgültig ("Schiedsrichterentscheidung"). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.

Teilnahmebedingungen

■ **Selbstständigkeitsverpflichtung:** Die auf dem Teilnahmecoupon abgedruckte **Selbstständigkeitserklärung** muss von Ihnen unterschrieben sein. Die Verpflichtung zur Selbstständigkeit gilt in der zweiten Runde für alle Teilnehmenden ausnahmslos. Nicht erst bei der Ausformulierung der Lösungen, sondern auch schon bei der Lösungsfindung sind Gespräche mit Expertinnen und Experten, die über das reine Verständnis der Aufgaben hinausgehen, Fragen in Foren oder die Nutzung von künstlicher Intelligenz zum Zweck der Lösungsfindung nicht erlaubt. Ein begründeter Verdacht auf Verstoß gegen die Selbstständigkeitsverpflichtung führt zum Ausschluss vom Wettbewerb.

■ **Vertraulichkeit:** Die Aufgabenstellungen sind während der Bearbeitungszeit als vertraulich zu behandeln. Vor dem Einsendeschluss ist also eine Weitergabe, z. B. auch über elektronische Medien, nicht zulässig.

■ **Einsendeschluss: 1. September 2025** (Datum des Poststempels). Verspätet abgesendete Arbeiten können nicht in das Korrekturverfahren einbezogen werden.

Die Teilnehmerarbeiten müssen nicht nur fristgerecht abgeschickt werden, sondern auch spätestens **5 Tage nach Einsendeschluss** in der Geschäftsstelle des Wettbewerbs eingegangen sein. Dann beginnt das Korrekturverfahren, in das nachträglich keine Arbeiten mehr einbezogen werden können.

Hinweise zur Lösungsdarstellung

■ Die Beurteilung der Arbeit durch die Korrekturkommission in der zweiten Runde ist besonders streng. Neben der mathematischen Richtigkeit und Vollständigkeit spielen auch Klarheit, Verständlichkeit und Schlüssigkeit der Darstellung bei der Bewertung eine wichtige Rolle. Eine glatte Korrektur der Arbeit soll ohne Anfertigung zusätzlicher Skizzen und ohne Ergänzen von Umformungsschritten möglich sein.

■ Das erste Blatt der Arbeit soll die Angabe der von Ihnen benutzten Hilfsmittel (Literatur, IMO–Training etc.) enthalten. Allerdings ersetzt bei der Verwendung von Formeln bzw. Sätzen, die im Schulbereich nicht geläufig sind, eine solche Erwähnung einen Nachweis nicht.

■ Die Verwendung eines Computers oder eines Taschenrechners ist als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechenkontrolle zulässig. Für den jeweiligen Nachweis müssen jedoch die wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.

Technische Hinweise

■ Die Bearbeitungen sollen in der gleichen Form wie in der ersten Runde (also insbesondere Format DIN A4 im DIN C4–Umschlag, 5 cm breiter unbeschriebener Rand, Blätter fortlaufend durchnummeriert, Name oben rechts auf jedem Blatt) eingereicht werden. Achten Sie bitte auf gute Lesbarkeit. Ihre Arbeit sollte maschinengeschrieben sein.

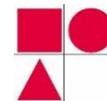
■ Bitte kleben Sie den beiliegenden *Adresscoupon* oben links auf die Rückseite des Umschlags. Legen Sie den Teilnahmecoupon bitte ausgefüllt in den Umschlag. Sollten Angaben auf den Coupons falsch sein oder fehlen, korrigieren bzw. ergänzen Sie diese bitte.

■ Lesen Sie die beiliegende Datenschutzzinformation gründlich durch. Bitte unterschreiben Sie die für die Teilnahme notwendige *Einwilligung Datenschutz* und legen sie Ihrer Arbeit ebenfalls bei.

Senden Sie Ihre Bearbeitungen bitte ausreichend frankiert an:

**Bundeswettbewerb Mathematik
Bildung & Begabung gemeinnützige GmbH
Kortrijker Str. 1 ■ 53177 Bonn**

Telefon: (0228) 959 15-20
info@mathe-wettbewerb.de
www.bundeswettbewerb-mathematik.de



Einsendungen auf elektronischem Wege sind nicht möglich.