

Der unauflösbare Knoten

Aus der Knotentheorie

Wir wollen uns dem Knoten - einem allgegenwärtigen Thema - aus einer mathematischen Perspektive widmen und begeben uns in das Gebiet der Knotentheorie. Dabei geht es uns darum, Eigenschaften festzuhalten, um auf den ersten Blick verschieden aussehende Knoten voneinander zu unterscheiden (oder vielleicht doch nicht?). Wir lernen erste Konzepte und Werkzeuge wie Reidemeister-Bewegungen und Knotendiagramme kennen, um uns dieser Frage zu nähern und machen Jagd auf spezielle Knoten. Bei Interesse binden wir zudem auch Biochemisches mit ein.

Was ihr braucht: Eine Schnur, die sich an den Enden verbinden lässt und natürlich Spaß am Entwirren von Knoten.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 11

Quartal: 2025.2

Mathe klingt gut

Die Harmonie von Zahlen und Musik

Wusstest du, dass Mathematik und Musik richtig viel miteinander zu tun haben? In diesem Kurs entdecken wir gemeinsam die faszinierende Verbindung von Zahlen, Klängen und Rhythmen. Dabei schauen wir uns spannende Fragen an wie:

- Wie hilft uns Mathe, die Töne eines Klaviers perfekt zu stimmen?
- Wie hat Mozart mit Würfeln Melodien komponiert?
- Welche Muster verstecken sich hinter Rhythmen?
- Warum klingt Musik eigentlich so schön – und was hat das mit Mathematik zu tun?

Mit coolen Beispielen, praktischen Übungen und spannenden Experimenten machen wir Mathe erlebbar. Egal, ob du Musik liebst, Zahlen magst oder einfach neugierig bist – in diesem Kurs kannst du die Verbindung von Mathe und Musik mit allen Sinnen entdecken.

Du brauchst keine besonderen Vorkenntnisse, nur Lust auf Musik und Mathe – und vielleicht ein bisschen Staunen!

Zielgruppe Klassenstufe: 6 bis 7

Quartal: 2025.2

"Hey ChatGPT, erkläre mir, wie du funktionierst!"

Mathematische Modelle hinter künstlicher Intelligenz

Wenn ein KI-System wie ChatGPT einen Input erhält und daraufhin einen Output generiert, laufen im Hintergrund viele mathematische Berechnungen ab. Einige der zugrundeliegenden mathematischen Modelle wollen wir uns in diesem Kurs in acht Einheiten genauer anschauen. Dabei soll es weniger um die konkrete Implementierung gehen, sondern vielmehr darum, wie mathematische Konzepte (z.B. Vektoren, Matrizen oder Wahrscheinlichkeitsverteilungen) in KI-Systemen verwendet werden, um beispielsweise Sinnstrukturen von Sätzen mathematisch abzubilden oder komplexe Informationsverarbeitung mittels neuronaler Netze zu modellieren. Je nach Interesse und/oder Vorwissen der Teilnehmenden können die Schwerpunkte dabei unterschiedlich gesetzt werden.

Kooperationspartner: Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Zielgruppe Klassenstufe: 9 bis 11

Quartal: 2025.2

Kürzeste Wege, weiteste Sprünge, schnellste Verbindungen

Optimierungsprobleme geometrisch gelöst

(Dieser Kurs ist weder eine Fortsetzung noch eine reine Wiederholung des gleichlautenden Kurses im 1. Quartal 2025. Wir fangen wieder bei „Null“ an, setzen aber Schwerpunkte anders, so dass auch die Teilnehmenden des vergangenen Kurses etwas Neues erfahren können.)

In vielen Lebenssituationen streben wir ein „optimales“ Ergebnis an oder suchen eine „optimale“ Lösung. Dabei geht es fast immer um Extremwerte von Größen: Kürzeste Wege, weiteste Sprünge, schnellste Verbindungen, günstigster Winkel, minimales Netzwerk, höchste Punktzahl, maximaler Gewinn, niedrigste Kosten, kleinste Fehlerwahrscheinlichkeit, ... die Liste ließe sich beliebig verlängern. Die Suche nach maximalen oder minimalen Werten scheint im menschlichen Denken verankert zu sein.

Viele meist geometrisch formulierte Extremwertprobleme sind schon vor über 2000 Jahren gelöst worden; sie finden sich bereits in den Elementen des Euklid. Einige klassische Probleme konnten erst im 19. Jahrhundert vollständig gelöst werden. In diesem Kurs geht es darum, die Denkschemata herauszuarbeiten, die solchen Lösungsverfahren zugrunde liegen, ihre Einfachheit, Erkenntnistiefe und Vielfalt offenzulegen und sie auf interessante Beispiele anzuwenden. Die aus dem Analysisunterricht bekannten Standardmethoden zur Bearbeitung von „Extremwertaufgaben“ verengen oft den Blick auf die Problemstruktur und sind auf einige Beispiele auch gar nicht anwendbar; sie sind nicht Gegenstand des Kurses. Vielmehr werden wir andere, geometrisch motivierte Strategien zur Bestimmung von größten und kleinsten Werten entwickeln.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 9

Quartal: 2025.2

Von eindeutigen Zuordnungen

Mengen und Mächtigkeiten

Ob auf dem Esstisch gleich viele Gabel wie Messer aufgedeckt sind, kannst man sich intuitiv erschließen – notfalls durch einfaches Abzählen. Intuitiv geht man damit um, weil es immer nur endlich viele Messer oder Gabeln sind – mathematische reden wir von „endlichen Mengen“. Und dann sind unendliche Mengen eben solche, die nicht endlich sind.

Aber: Sind alle unendlichen Mengen „gleich groß“? Wie misst man überhaupt den Umfang einer Menge?

In diesem Kurs wird es vornehmlich um diese Fragen gehen, beginnend mit dem Mengenbegriff selbst, dann dem Begriff der Abbildung, vor allem zum Umfangs-Vergleich. Dann tauchen wir ein in die Hierarchie der Mächtigkeiten, lernen die Begriffe Ordinal- und Kardinalzahl kennen, rechnen mit ihnen und kehren zurück zu einem klareren grundsätzlichen Aufbau der Mengenlehre.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 8

Quartal: 2025.2

Strukturen der Raumzeit

Eine mathematische Einführung in Einsteins Relativitätstheorie

Einsteins Relativitätstheorien dienen dazu, eine mathematisch stimmige Beschreibung einer „Raumzeit“ bereitzustellen, die auch den Beobachtungen aus der Physik entspricht. Wir werden in diesem Kurs die grundsätzlichen Beobachtungen und die mathematischen Bedingungen darstellen, die die Theorien beschreiben sollen, und daraus die Theorien selbst ableiten – vom Lichtkegel bis zur Frage nach Schwarzen Löchern.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 9

Quartal: 2025.2

Die Sprache der Quadrate

Zahlentheoretische Muster, diophantische Gleichungen und unendliche Lösungen

Was haben die Gleichung $23 = 3^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2$ und die berühmte Formel $a^2 + b^2 = c^2$ gemeinsam? Auf den ersten Blick wirken sie ganz verschieden – doch beide gehören zur Welt der quadratischen diophantischen Gleichungen: Gleichungen mit ganzzahligen Lösungen, die tief in die Struktur der Zahlen führen.

In diesem Kurs entdecken wir, dass sich jede natürliche Zahl als Summe von höchstens vier Quadratzahlen schreiben lässt – ein klassisches Resultat der Zahlentheorie. Aber welche Zahlen brauchen nur zwei oder drei Quadrate? Und welche Muster stecken dahinter?

Gleichzeitig untersuchen wir Gleichungen wie $a^2 + b^2 = c^2$, deren Lösungen als pythagoräische Tripel bekannt sind – und gehen darüber hinaus zu anderen Gleichungstypen, die ebenfalls erstaunliche Eigenschaften haben. Manche haben nur wenige Lösungen, andere unendlich viele – und wir fragen: Wie findet man diese Lösungen? Und was verbindet all diese Phänomene?

All diese Ideen – von Summen und Gleichungen in den ganzen Zahlen – verbindet ein gemeinsames Element: das Quadrat. In diesem Kurs lernen wir, wie man mit Quadratzahlen nicht nur rechnet, sondern in gewisser Weise auch „liest“ – wie sie Beziehungen sichtbar machen, Muster offenbaren und die Sprache der Mathematik auf ihre ganz eigene Weise sprechen.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 10

Quartal: 2025.2

Die Vermessung der Erde

Geometrie auf der Kugel

Woher wusste Columbus, dass die Erde eine Kugel ist? Wie entstehen Karten in Atlanten? Und woher weiß mein Handy, wo ich bin? In diesem Kurs betrachten wir die Geometrie auf der Kugeloberfläche. Wir werden die kürzesten Verbindungen sowie Winkel und Dreiecke auf der Kugel betrachten und deren Besonderheiten erforschen. Außerdem werden wir uns verschiedene Methoden ansehen, wie Karten von der Erde erstellt werden können.

Dieser Kurs ist für alle, die verstehen wollen, was den Unterschied zwischen der ebenen Geometrie aus der Schule und der sphärischen Geometrie, der Geometrie auf der Kugel, ausmacht. Danach wirst du sicher verstehen, warum Flugzeuge trotz der gekrümmten Flugrouten auf der Karte tatsächlich den kürzesten Weg fliegen und warum Afrika und Grönland auf vielen Karten fast gleich groß aussehen.

Zielgruppe Klassenstufe: ab 10

Quartal: 2025.2
